

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ**

6. октобар 2022. године

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1 – 4. вреде по 3 поена,
задаци 5 – 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: _____

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: _____

1. Колико има различитих петоцифрених бројева који се могу написати цифрама 1, 3, 5, 7 и 9 тако да се цифра 1 појављује бар једном?
2. Паралелне праве a и b секу круг $k(O, r)$ у тачкама A, B, C и D . Ако праве a и b нису подједнако удаљене од центра O , доказати да је четвороугао $ABCD$ једнакокраки трапез.
3. Одредити област дефинисаности функције $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x-4}{x+2}} + \sqrt{4-3x-x^2}$.
4. У зависности од реалног параметара a решити систем линеарних једначина
$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1, \\ x + ay + z &= -1, \\ x + y + az &= 2. \end{aligned}$$
5. Основа праве призме је правоугли троугао обима $2s$, са оштрим углом α . Израчунати површину омотача призме, ако се у њу може уписати лопта.
6. Дата је тачка $A(1, 1, -2)$ и раван $\alpha : x+2y+3z = 11$. Одредити тачку C која је симетрична тачки A у односу на раван α .
7. Доказати да полином $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ има тачно један реални корен.
8. Испитати да ли је $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, задата са $f(x, y) = \frac{2022 \cdot |x - y|}{2023 + 2022 \cdot |x - y|}$, функција растојања (метрика) на \mathbb{R} .
9. Група (G, \cdot) је комутативна ако и само ако је пресликавање $f : G \rightarrow G$, дато са $f(x) = x^2$ хомоморфизам. Доказати.
10. Испитати ток и нацртати график функције $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$.